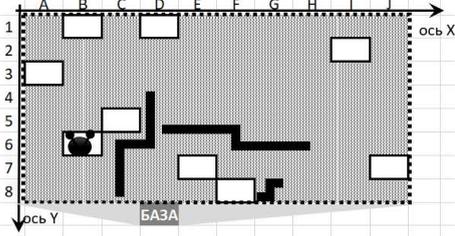
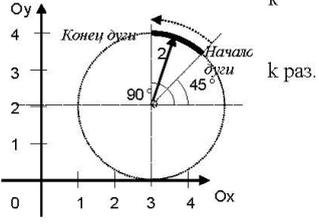
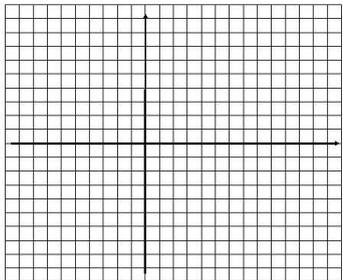


Шифр 10-6-6



**Олимпиада «МИСИС зажигает звезды»**  
*Информационно - технологическое направление*  
Заключительный тур 2020 г.  
**10 класс**

№	Задание	Ответы	баллы
1	Можно ли число 4746 представить в виде разности двух квадратов натуральных чисел? Если можно, то напишите такое представление.		10
2	Нарисуйте фигуру, заданную системой неравенств $\begin{cases}  x  \leq 12 -  y + 4  +  y + 7 , \\ y \leq 0 \end{cases}$ , и найдите ее площадь.		15
3	Ваня, выполняя домашнее задание по математике, нарисовал прямую, поставил на ней $n$ точек и посчитал, сколько будет всевозможных отрезков, ограниченных этими точками. Пока Ваня был в школе, его младший брат стер ластиком $m$ точек. Вернувшись из школы, Ваня обнаружил, что на 22 отрезка стало меньше. Найдите $n$ и $m$ , если $m > 2$ .		25
4	На производстве из-за необходимости передачи сообщений в условиях грохота станков придумано устройство на основе лампочек. Аппарат состоит из 2 ламп – диодной лампы управления и информационной лампочки накаливания. Передача происходит только во время горения диодной лампы управления. При передаче десятичное число, переводится в двоичное. Передача производится с помощью световых сигналов, посылаемых лампочкой накаливания; «1» передается как включенная лампочка; «0» - как выключенная. Один разряд двоичного числа передается одну секунду. Если в двоичной записи числа за «1» следует «1» лампочка не выключается. Инженерами был замечен быстрый износ ламп накаливания: при передаче числа лампочка перегорает при включении на время более 3 секунд или после 5-го зажигания, при попытке 6-го зажигания лампы. При этом в устройстве так же выключается диодная лампочка управления. Например, при передаче числа 1011100011 происходит 3 зажигания лампочки, длина любой последовательности единиц не превышает 3, лампочка не перегорает. При передаче числа 101010101100 требуется 6 включений лампы, в результате чего лампа перегорит, не передаст последнюю единицу, будет передано «101010110». При передаче числа «1111111» будут переданы только первые 3 бита. Будет ли передано корректно число 28219? При отрицательном ответе укажите, какое числовое значение будет принято получателем в десятичной системе счисления.		10
5	Робот Луноход перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления; при этом он едет по кратчайшему пути (по прямой) между клеткой, на которой написана инструкция и клеткой, на которую должен переместиться в соответствии с инструкцией. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление перемещения по оси X (0 - по оси X, 1 - против оси X); следующие три бита определяют расстояние перемещения в клетках; пятый бит определяет направление перемещения по оси Y (0 - по оси Y, 1 - против оси Y); следующие три бита определяют длину перемещения в клетках. Инструкции для перемещения робота могут быть расположены на клетках белого цвета. На рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Имена клеток складываются из букв английского алфавита по оси X и цифры по оси Y; серый фон		15

	<p>поверхность, по которой робот может перемещаться; за пределы серого фона робот выходить не должен, за исключением клетки БАЗА; черные линии – препятствия, которые робот преодолеть не может.</p> <p>Напишите программу, по которой Луноход, расположенный на клетке В6, сможет добраться до БАЗЫ кратчайшим путем, указывая клетки по порядку движения Лунохода. Формат написания программы:</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> 	
6	<p>Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды <math>\text{arc}(x,y,u1,u2,r)</math>. По команде <math>\text{arc}(x,y,u1,u2,r)</math> Циркуль рисует дугу окружности с радиусом <math>r</math>, центр которой имеет координаты <math>(x,y)</math>, начало и конец дуги определяются углами градусной меры <math>u1</math> и <math>u2</math> соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки.</p> <p>Например, команда <math>\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)</math> приведет к рисованию следующей фигуры:</p> <p>Команда <math>\text{cycle } k</math> (&lt;список команд&gt;) позволяет повторять список команд, указанный в скобках, Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «=»; например, для переменной <math>s</math> <math>s=&lt;\text{новое значение } s&gt;</math>, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «*».</p> <p>Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе:</p> <pre> u = 0 r = 1 du = 45 cycle 10 ( arc(0, 0, u - du, u + du, r) u = u + 180 du = du + 5 r = r + 1 ) </pre>  	25

1. Пусть  $a^2 - b^2 = n$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$$

$a-b$  и  $a+b$  - имеют одинак. четность

Тогда, либо  $n = 4$ , либо  $n = 4k \pm 1$

Докажем, что все числа вида  $4k$ ,  $4k+1$ ,  $4k-1$  могут  
быть представлены в виде  $a^2 - b^2$ . Пусть  $n = 4k \Rightarrow$

$$\begin{matrix} a = k+1 \\ b = k-1 \end{matrix} \Rightarrow a^2 - b^2 = (k+1)^2 - (k-1)^2 = 4k \Rightarrow \text{верно. Исключения}$$

$n = 4$  (т.е.  $k=1$ ), т.к. тогда  $y=0$  ( $y \in \mathbb{N}$ ). 2. Пусть  $n =$

$$\begin{matrix} 2p+1 \\ b=p \end{matrix} \Rightarrow a = p+1 \Rightarrow a^2 - b^2 = (p+1)^2 - p^2 = 2p+1. \text{ Исключения}$$

$n = 1$  (т.е.  $p=0$ ), т.к. тогда  $y=0$  ( $y \in \mathbb{N}$ ). Получается, что

не представимо в виде  $(a^2 - b^2)$  только числа  
 $1, 4, 4k+2$ .

$$4 \neq 4b \neq 1$$

$$4 \neq 4b \neq 4$$

$4 \neq 4b - 2 = 4 \neq 4c : 4 \Rightarrow 4 \neq 4b = 4k + 2 \Rightarrow 4 \neq 4b$  нельзя я  
представить в виде  $(a^2 - b^2)$

Ответ: нет

2. 1.  $|x| \leq 12 - |y+4| + |y+7|$

2.  $y \leq 0$

1.  $|x| \leq 12 - |y+4| + |y+7|$

$y+4 \geq 0 \Rightarrow y \geq -4$   
 $y+7 \geq 0 \Rightarrow y \geq -7$

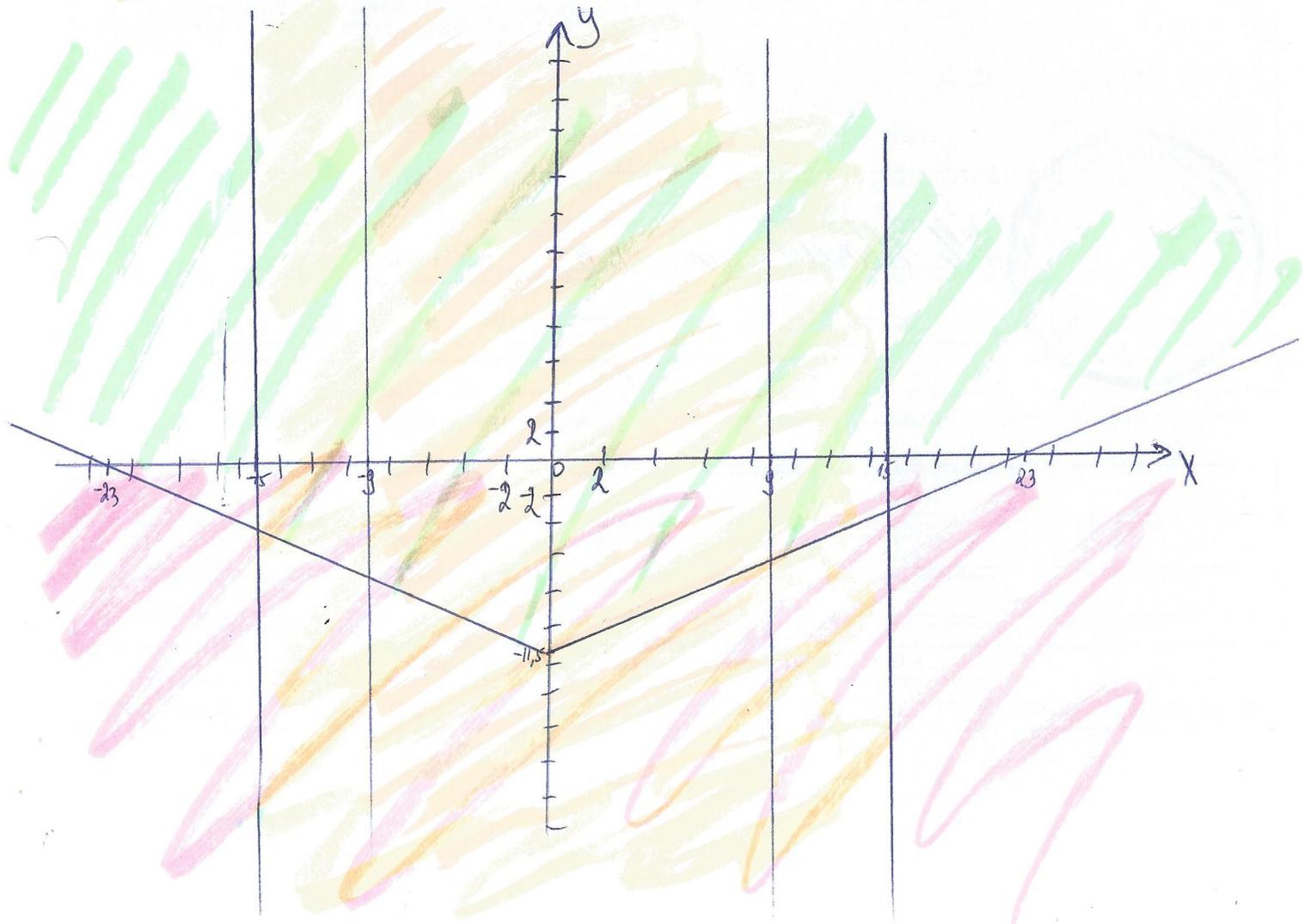


$y+4$	-	-	+
$y+7$	-	+	+

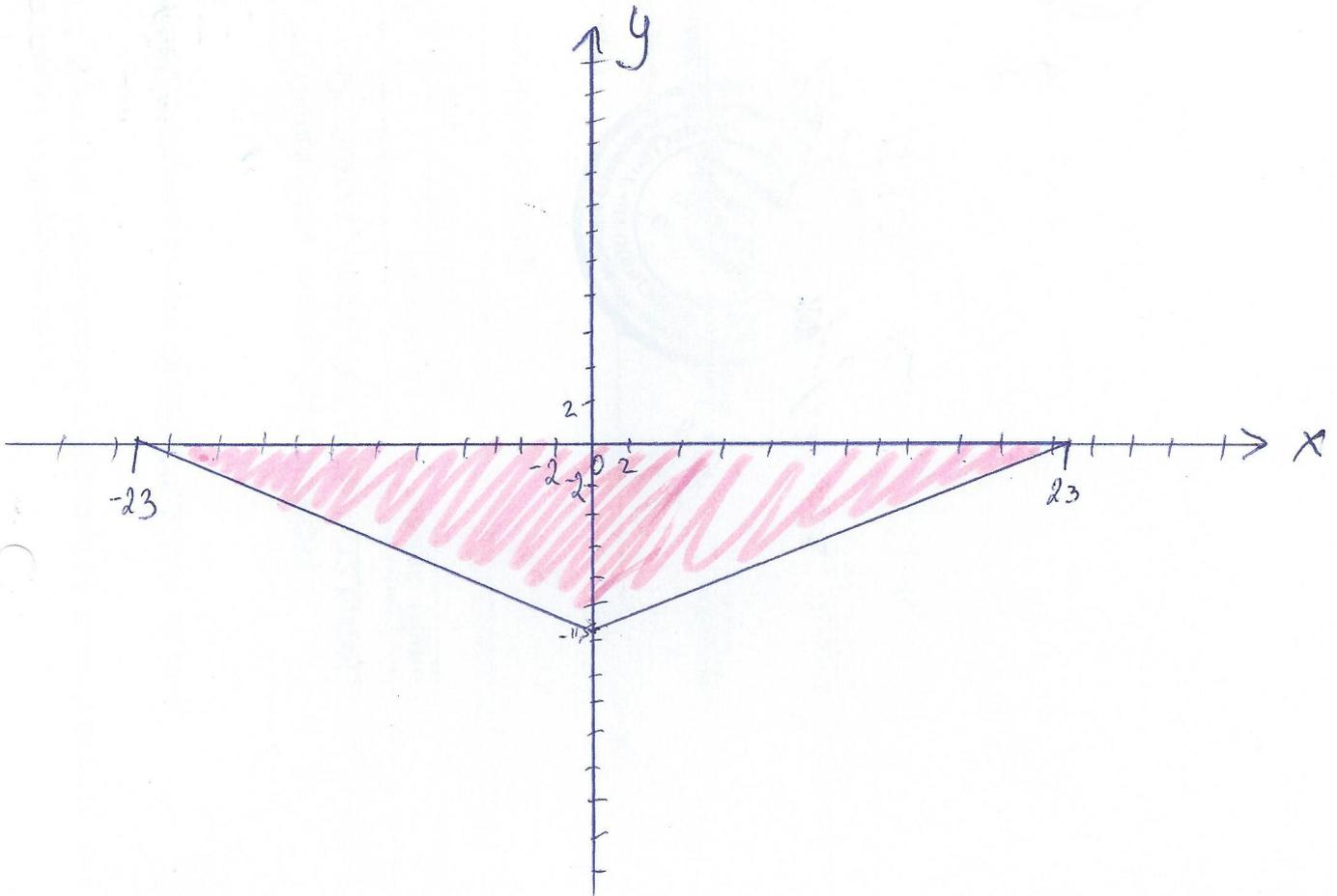
1)  $y \in (-\infty; -7]$   
 $|x| \leq 12 + y + 4 - y - 7$   
 $|x| \leq 9$

2)  $y \in [-7; 4]$   
 $|x| \leq 12 + y + 4 + y + 7$   
 $|x| \leq 2y + 23$

3)  $y \in [4; +\infty)$   
 $|x| \leq 12 - y - 4 + y + 7$   
 $|x| \leq 15$



Итого, объединив все условия, получу такую фигуру: 10-6-6



$$S (\text{площадь}) = \frac{1}{2} \cdot (+11,5) \cdot 23 \cdot 2 = 264,5$$

Ответ: 264,5



3. Кол-во отрезков, которые можно получить, поставив  $n$  точек -  $n+1$ . Стерев  $m$  точек, его младший брат сделал на  $m-1$  отрезок меньше

Т.к. стало на 22 отрезка меньше, то:

$$m-1 = 22$$

$$\underline{m = 23}$$

Т.к.  $m$  и  $n \in \mathbb{N}$ , то  $n > 23$

Более того, я знаю, что:

$$n+1 - (m-1) = 22$$

$$n+1 - m+1 = 22$$

$$n - 23 = 20$$

$$\underline{n = 43}$$

Ответ:  $n = 53$

$$m = 23$$

10-6-8

4.  $28219_{10} \Rightarrow X_2$

28219	14109	7054	3527	1763	881	440	220	110	55	27	13	6
1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 1} \\ 1 \end{array}$$

Получаю код (при передаче):

110111000111011<sub>2</sub>

Проверю все (2) условия, при выполнении которых, всё работает корректно:

1. Не горит более 3-х сек., т.е. нет подряд 4 и более единицы. В моём (полученном) коде - нет  $\Rightarrow$  это выполняется.
2. 6 и более зажатания. У меня 4 зажатания  $\Rightarrow$  это условие верно.

Т.к. оба условия выполняются, то и число 28219 будет выведено корректно

Ответ: будет

5. Если я правильно поняла условие задачи, то робот идёт от клетки (белой) до клетки (белой) по прямой, и никаким др. способом идти не может. Тогда, буду писать сначала, как клетки в двоичной системе отсчёта, потом в шестнадцатой римской.

B6: 00011001<sub>2</sub> ⇒ 1·2<sup>3</sup> + 1·2<sup>2</sup> + 1·2<sup>0</sup> = 13<sub>10</sub> = 27<sub>16</sub>

C5: 0011101<sub>2</sub> ⇒ 1·2<sup>3</sup> + 1·2<sup>2</sup> + 1·2<sup>1</sup> + 1·2<sup>0</sup> = 15<sub>10</sub> = 1D<sub>16</sub>

D1: 01100001<sub>2</sub> ⇒ 2<sup>6</sup> + 2<sup>5</sup> + 2<sup>0</sup> = 127<sub>10</sub> = 7F<sub>16</sub>

I2: 11010110<sub>2</sub> ⇒ 2<sup>7</sup> + 2<sup>6</sup> + 2<sup>4</sup> + 2<sup>2</sup> + 2<sup>1</sup> = 214<sub>10</sub> = D6<sub>16</sub>

E7: 1001000<sub>2</sub> ⇒ 2<sup>7</sup> + 2<sup>4</sup> + 2<sup>2</sup> = 146<sub>10</sub> = 92<sub>16</sub>

Полученная программа:

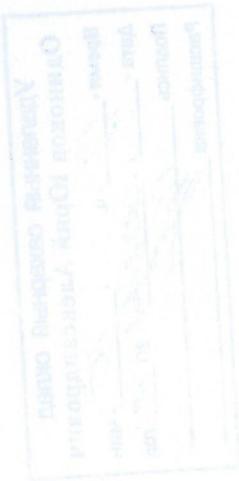
B6: 27

C5: 1D

D1: 7F

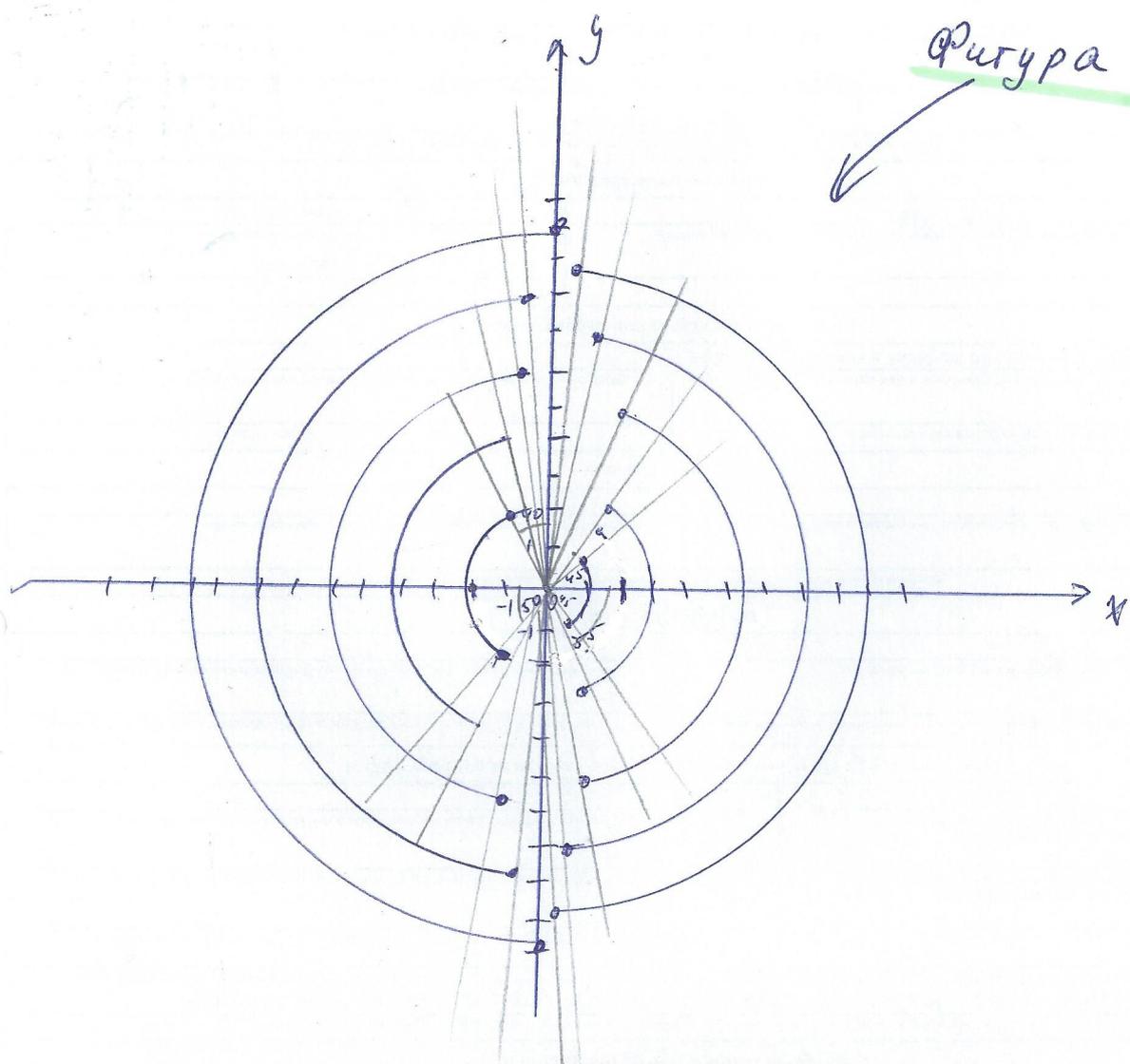
I2: D6

E7: 92



6.

Фигура



- |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| 1. $\varphi = 0$<br>$d\varphi = 45$<br>$r = 1$   | 2. $\varphi = 180$<br>$d\varphi = 50$<br>$r = 2$ | 3. $\varphi = 360 = 0$<br>$d\varphi = 55$<br>$r = 3$ | 4. $\varphi = 480$<br>$d\varphi = 80$<br>$r = 4$ | 5. $\varphi = 0$<br>$d\varphi = 65$<br>$r = 5$     |
| 6. $\varphi = 180$<br>$d\varphi = 70$<br>$r = 6$ | 7. $\varphi = 0$<br>$d\varphi = 75$<br>$r = 7$   | 8. $\varphi = 180$<br>$d\varphi = 80$<br>$r = 8$     | 9. $\varphi = 0$<br>$d\varphi = 85$<br>$r = 9$   | 10. $\varphi = 180$<br>$d\varphi = 90$<br>$r = 10$ |